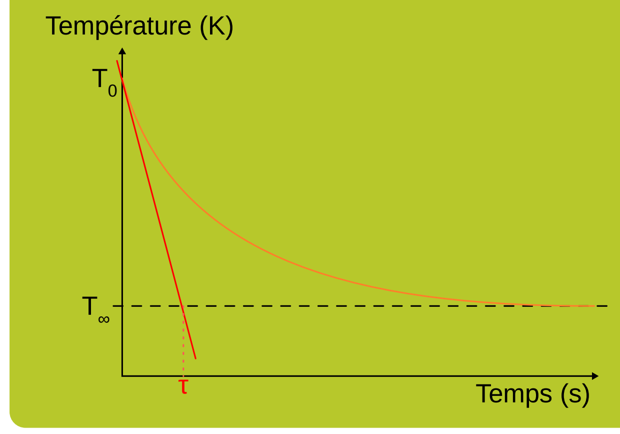
C26 - Flux thermique

I - Définitions

- $\phi = \dfrac{\mathbf{Q}}{\mathbf{\Delta t}}$ Flux thermique
  - avec
    - Q la quantité de chaleur en Joules
    - Δt le temps en seconde
- Résistance thermique $\mathbf{R_{th}} = \dfrac{\mathbf{T_A} - \mathbf{T_B}}{\phi} = \dfrac{\mathbf{e}}{\lambda \mathbf{S}}$
  - avec
    - ϕ le flux thermique
    - $T_A - T_B$ la différence de température
    - e l'épaisseur de la paroi
    - S la surface de la paroi
    - λ la conductivité thermique

Lecture graphique



Évolution temporelle

Détermination de l'équation différentielle

- On a : $\phi = \dfrac{\mathbf{Q}}{\mathbf{\Delta t}}$
- Mais, pour un système incompressible $\mathbf{Q} = \mathbf{m} \times \mathbf{c} \times \mathbf{\Delta T}$
- Donc $\phi = \dfrac{\mathbf{m} \times \mathbf{c} \times \mathbf{\Delta T}}{\mathbf{\Delta t}}$
- Finalement, on a : $\dfrac{\phi}{\mathbf{m} \times \mathbf{c}} = \dfrac{\mathbf{\Delta T}}{\mathbf{\Delta t}}$
- En faisant tendre le temps vers 0, on obtient $\dfrac{\mathbf{dT}}{\mathbf{dt}} = \dfrac{\phi(\mathbf{t})}{\mathbf{m} \times \mathbf{c}}$

Le modèle de Newton

$\phi(t) = h \cdot S_{(s^{-1})} \times (T - T_{\text{ext}})$

Détermination de la solution de l'équation dans une situation où le modèle de Newton s'applique

Établir l'équation différentielle

- On obtient : $\dfrac{\mathbf{dT}}{\mathbf{dt}} = \dfrac{\mathbf{h} \cdot \mathbf{S}_{(s^{-1})} \times (\mathbf{T} - \mathbf{T}_{\text{ext}})}{\mathbf{m} \times \mathbf{c}}$
- $\dfrac{\mathbf{dT}}{\mathbf{dt}} = \dfrac{\mathbf{hS}}{\mathbf{mc}}(\mathbf{T} - \mathbf{T}_{\text{ext}})$
- $\tau = \dfrac{\mathbf{mc}}{\mathbf{hS}}$ On pose
- On obtient $\dfrac{\mathbf{dT}}{\mathbf{dt}} = \dfrac{(\mathbf{T}_{\text{ext}} - \mathbf{T})}{\tau}$
- On développe $\dfrac{\mathbf{dT}}{\mathbf{dt}} = -\dfrac{\mathbf{T}}{\tau} + \dfrac{\mathbf{T}_{\text{ext}}}{\tau}$
- On obtient $\dfrac{\mathbf{dT}}{\mathbf{dt}} + \dfrac{\mathbf{T}}{\tau} = \dfrac{\mathbf{T}_{\text{ext}}}{\tau}$

Donner la forme de la solution

- Nous sommes face à une équation différentielle du premier ordre dont le second membre est constant
- La solution est donc de la forme $T(t) = Ae^{\frac{-t}{\tau}} + B$

Utiliser les conditions initiales pour trouver les constantes

- Quand t tend vers l'infini : $T = B = T_{ext}$
- A t = 0 : $T_0 = A + B$
- Donc
  - $A = T_0 - T_{ext}$
  - $B = T_{ext}$